**Лабораторная работа № 4**

**Численное интерполирование и дифференцирование**

Пусть на отрезке [*а; b*] заданы точки и значения функции в этих точках: *.*



Интерполяционный многочлен Лагранжа:

.



Оценка погрешности формулы Лагранжа:

,



где



Для равномерной сетки с шагом h и известных узлов yi-1, yi, yi+1 производные в точке xi вычисляются следующим образом

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Левая | Правая | Центральная | Вторая |
| (yi-yi-1)/h | (yi+1-yi)/h | (yi+1-yi-1)/2h | (yi-1-2yi+yi+1)/h2 |

**Задание 1. Интерполирование**

Известна функция . Заполнить таблицу значениями yk для указанных *xk*, с точностью 10-4. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Привести его окончательный вид. Вычислить значение функции в заданной точке аналитически и с помощью многочлена Лагранжа. Оценить погрешность формулы Лагранжа и абсолютную погрешность вычислений.



**Задание 2. Дифференцирование**

2) Вычислить таблицу на отрезке [a,b] на равномерной сетке (5 узлов), и в этих узлах найти значение первой производной функции по формулам 1-го (левая и правая) и 2-го порядка точности (центральная) и значение второй производной по формулам 2-го порядка точности, где это возможно Во всех точках найти точные значения производных. Оценить погрешность. Результаты свести в таблицу. Точность – 4 значащих цифры.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | численно | | | | точно | |
| *xk, m* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* | *f’(x)* | *f’’(x)* |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Задание 1**

Варианты № 1 и 33

,



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 6,0 | 6,5 | 7,0 | 7,5 |
|  |  |  |  |  |

Варианты № 2 и 34

, *х=*3,2



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 3

*y = sin x*, *х=*1,64

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,60 | 1,70 | 1,80 | 1,90 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 4

*y = cos x*, *х=*1,15

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,00 | 1,10 | 1,20 | 1,30 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 5.

*y = ln x*, *х=*3,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 6.

*y =* , *х=*4,39



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4,00 | 4,30 | 4,60 | 4,90 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 7

*y = cos x*, *х=*0,12

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,10 | 0,30 | 0,50 | 0,70 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 8

*y = sin x*, *х=*1,6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 9

*y = lg x*, *х=*7,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7,0 | 7,5 | 8,0 | 8,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 10

,



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 8,0 | 8,5 | 9,0 | 9,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 11

,



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 8,1 | 8,5 | 8,9 | 9,3 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 12

, *х=*1,4



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,2 | 1,6 | 2,0 | 2,4 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 13 *y =* , *х=*1,4



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 14 *y = sin x*, *х=*0,64

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 15 *y = sin x*, *х=*1,04

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 16 *y = cos x*, *х=*0,16

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 17 *y = cos 2x*, *х=*0,23

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 18 *y = sin 2x*, *х=*1,13

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,0 | 1,10 | 1,2 | 1,30 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 19 *y = cos 2x*, *х=*1.18

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,0 | 1,10 | 1,2 | 1,30 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 20 *y sin 2x*, *х=*0,22

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 21. *y = ln x*, *х=*3,4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 22. *y =* , *х=*4,59



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4,00 | 4,30 | 4,60 | 4,90 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 23 *y = cos x*, *х=*0,25

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,10 | 0,30 | 0,50 | 0,70 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 24 *y = sin x*, *х=*1,7

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 25 *y = lg x*, *х=*7,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7,0 | 7,5 | 8,0 | 8,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 26 , x=9,2



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 8,0 | 8,5 | 9,0 | 9,5 |
|  | 2,079 | 2,140 | 2,197 | 2,251 |

Вариант № 27 , x=9,1



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 8,1 | 8,5 | 8,9 | 9,3 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 28 , *х=*1,7



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,2 | 1,6 | 2,0 | 2,4 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 29 *y =* , *х=*1,7



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 30 *y = sin x*, *х=*0,63

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,75 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 31 *y = sin x*, *х=*1,08

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 |
|  |  |  |  |  |

Вариант № 32 *y = cos x*, *х=*0,52

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,10 | 0,30 | 0,50 | 0,70 |
|  |  |  |  |  |

**Вторая часть**

Варианты № 1 и 33 , *а=*1,5, *b=*2.



Варианты № 2 и 34 , *а=*1,5, *b=*2.



Вариант № 3 , *а=*2, *b=*2,5.



Вариант № 4 , *а=*2, *b=*2,5.



Вариант № 5 , *а=*2, *b=*2,5.



Вариант № 6 , *а=*3, *b=*3,5.



Вариант № 7 , *а=*70, *b=*90.



Вариант № 8 , *а=*4,5, *b=*10.



Вариант № 9 , *а=*3,4, *b=*4,3.



Вариант № 10 , *а=*0,5, *b=*1,5.



Вариант № 11 , *а=*5,4, *b=*6.



Вариант № 12 , *а=*6, *b=*7,5.



Вариант № 13 , *а=*3, *b=*6.



Вариант № 14 , *а=*5, *b=*7.



Вариант № 15 , *а=*0, *b=1*.



Вариант № 16 , *а=*0, *b=*1.



Вариант № 17 *f(x)=cos2 x,* *а=*0, *b=*1.

Вариант № 18 *f(x)=sin2 x, а=*0, *b=*1.

Вариант № 19 *f(x)=cos2 2x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 20 *f(x)=sin2 2x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 21 *f(x)=cos3 x,* *а=*0, *b=*1.

Вариант № 22 *f(x)=sin3 x, а=*0, *b=*1.

Вариант № 23 *f(x)=cos3 2x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 24 *f(x)=sin3 2x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 25 *f(x)=cos3 3x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 26 *f(x)=sin3 3x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 27 *f(x)=cos3 4x,* *а=*0, *b=*1.

Вариант № 28 *f(x)=sin3 4x, а=*0, *b=*1.

Вариант № 29 *f(x)=cos3 5x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 30 *f(x)=sin3 5x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 31 *f(x)=cos3 6x*, *а=*0, *b=*1.

Вариант № 32 *f(x)=sin3 6x*, *а=*0, *b=*1.